Problème 4 :

Déterminer tous les entiers m et n tels que $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ et $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ soient tous deux entiers.

Problème 5 :

Déterminer toutes les fonctions $f : IR \to IR$ telles que pour tous $x, y \in IR$.

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big) = f(x^2)+f(y^2)+2f(xy)$$

Problème 6 :

Soit $ABCD$ un trapèze, qui n'est pas un parallélogramme, tel que $(AD) \parallel (BC)$. Les diagonales $[BD]$ et $[AC]$ se coupent au point O. Les cercles circonscrits aux triangles AOB et DOC se coupent encore au point S.

Montrer que les cercles circonscrits aux triangles ASD et BSC sont tangents.

Durée : 4 heures et 30 minutes
Chaque problème vaut 7 points

Problem 4 :

Find all integers m and n such that $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ and $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ are both integers.

Problem 5 :

Find all functions $f\ : IR\ \rightarrow\ IR$ such that for all $x, y \in IR$,

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big)=f(x^2)+f(y^2)+2f(xy)$$

Problem 6 :

Let $ABCD$ be a trapezoid, not a parallelogram, with $AD \parallel BC$.
Let the diagonals BD and AC intersect at a point O. The circumscribed circles to triangles AOB and DOC meet again at the second point S.
Prove that the circumscribed circles to triangles ASD and BSC are tangent.

Time : 4 hours and 30 minutes
Each problem worth 7 points

Problème 4 :

Déterminer tous les entiers m et n tels que $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ et $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ soient tous deux entiers.

Problème 5 :

Déterminer toutes les fonctions $f\ : IR \ \to \ IR$ telles que pour tous $x, y \in IR$.

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big) = f(x^2) + f(y^2) + 2f(xy)$$

Problème 6 :

Soit $ABCD$ un trapèze, qui n'est pas un parallélogramme, tel que $(AD) \parallel (BC)$. Les diagonales $[BD]$ et $[AC]$ se coupent au point O. Les cercles circonscrits aux triangles AOB et DOC se coupent encore au point S.

Montrer que les cercles circonscrits aux triangles ASD et BSC sont tangents.

Durée : 4 heures et 30 minutes
Chaque problème vaut 7 points

Problem 4 :

Find all integers m and n such that $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ and $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ are both integers.

Problem 5 :

Find all functions $f\ : IR\ \to\ IR$ such that for all $x, y \in IR$,

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big)=f(x^2)+f(y^2)+2f(xy)$$

Problem 6 :

Let $ABCD$ be a trapezoid, not a parallelogram, with $AD \parallel BC$.
Let the diagonals BD and AC intersect at a point O. The circumscribed circles to triangles AOB and DOC meet again at the second point S.
Prove that the circumscribed circles to triangles ASD and BSC are tangent.

Time : 4 hours and 30 minutes
Each problem worth 7 points

Problème 4 :

Déterminer tous les entiers m et n tels que $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ et $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ soient tous deux entiers.

Problème 5 :

Déterminer toutes les fonctions $f\ : IR \rightarrow IR$ telles que pour tous $x, y \in IR$.

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big) = f(x^2) + f(y^2) + 2f(xy)$$

Problème 6 :

Soit $ABCD$ un trapèze, qui n'est pas un parallélogramme, tel que $(AD) \parallel (BC)$. Les diagonales $[BD]$ et $[AC]$ se coupent au point O. Les cercles circonscrits aux triangles AOB et DOC se coupent encore au point S.

Montrer que les cercles circonscrits aux triangles ASD et BSC sont tangents.

Durée : 4 heures et 30 minutes
Chaque problème vaut 7 points

Problem 4 :

Find all integers m and n such that $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ and $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ are both integers.

Problem 5 :

Find all functions $f\ : IR\ \rightarrow\ IR$ such that for all $x, y \in IR$,

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big)=f(x^2)+f(y^2)+2f(xy)$$

Problem 6 :

Let $ABCD$ be a trapezoid, not a parallelogram, with $AD \parallel BC$.
Let the diagonals BD and AC intersect at a point O. The circumscribed circles to triangls AOB and DOC meet again at the second point S.
Prove that the circumscribed circles to triangles ASD and BSC are tangent.

Time : 4 hours and 30 minutes
Each problem worth 7 points

Problème 4 :

Déterminer tous les entiers m et n tels que $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ et $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ soient tous deux entiers.

Problème 5 :

Déterminer toutes les fonctions $f\ : IR \rightarrow IR$ telles que pour tous $x, y \in IR$.

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big) = f(x^2)+f(y^2)+2f(xy)$$

Problème 6 :

Soit $ABCD$ un trapèze, qui n'est pas un parallélogramme, tel que $(AD) \parallel (BC)$. Les diagonales $[BD]$ et $[AC]$ se coupent au point O. Les cercles circonscrits aux triangles AOB et DOC se coupent encore au point S.
Montrer que les cercles circonscrits aux triangles ASD et BSC sont tangents.

Durée : 4 heures et 30 minutes
Chaque problème vaut 7 points

Problem 4 :

Find all integers m and n such that $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ and $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ are both integers.

Problem 5 :

Find all functions $f\ : IR\ \rightarrow\ IR$ such that for all $x, y \in IR$,

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big) = f(x^2)+f(y^2)+2f(xy)$$

Problem 6 :

Let $ABCD$ be a trapezoid, not a parallelogram, with $AD \parallel BC$.
Let the diagonals BD and AC intersect at a point O. The circumscribed circles to triangles AOB and DOC meet again at the second point S.
Prove that the circumscribed circles to triangles ASD and BSC are tangent.

Time : 4 hours and 30 minutes
Each problem worth 7 points

Lundi 24 Mai 2021

Problème 4 :

Déterminer tous les entiers m et n tels que $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ et $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ soient tous deux entiers.

Problème 5 :

Déterminer toutes les fonctions $f\ : IR \rightarrow IR$ telles que pour tous $x, y \in IR$.

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big)=f(x^2)+f(y^2)+2f(xy)$$

Problème 6 :

Soit $ABCD$ un trapèze, qui n'est pas un parallélogramme, tel que $(AD) \parallel (BC)$. Les diagonales $[BD]$ et $[AC]$ se coupent au point O. Les cercles circonscrits aux triangles AOB et DOC se coupent encore au point S.

Montrer que les cercles circonscrits aux triangles ASD et BSC sont tangents.

Durée : 4 heures et 30 minutes
Chaque problème vaut 7 points

Problem 4 :

Find all integers m and n such that $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ and $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ are both integers.

Problem 5 :

Find all functions $f\ : IR\ \to\ IR$ such that for all $x, y \in IR$,

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big) = f(x^2)+f(y^2)+2f(xy)$$

Problem 6 :

Let $ABCD$ be a trapezoid, not a parallelogram, with $AD \parallel BC$.
Let the diagonals BD and AC intersect at a point O. The circumscribed circles to triangles AOB and DOC meet again at the second point S.
Prove that the circumscribed circles to triangles ASD and BSC are tangent.

Time : 4 hours and 30 minutes
Each problem worth 7 points

Problème 4 :

Déterminer tous les entiers m et n tels que $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ et $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ soient tous deux entiers.

Problème 5 :

Déterminer toutes les fonctions $f : IR \to IR$ telles que pour tous $x, y \in IR$.

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big) = f(x^2)+f(y^2)+2f(xy)$$

Problème 6 :

Soit $ABCD$ un trapèze, qui n'est pas un parallélogramme, tel que $(AD) \parallel (BC)$.
Les diagonales $[BD]$ et $[AC]$ se coupent au point O. Les cercles circonscrits aux triangles AOB et DOC se coupent encore au point S.
Montrer que les cercles circonscrits aux triangles ASD et BSC sont tangents.

Durée : 4 heures et 30 minutes
Chaque problème vaut 7 points

Problem 4 :

Find all integers m and n such that $\frac{m^2+n}{n^2-m}$ and $\frac{n^2+m}{m^2-n}$ are both integers.

Problem 5 :

Find all functions $f\ : IR\ \rightarrow\ IR$ such that for all $x, y \in IR$,

$$(f(x)+y)\big(x+f(y)\big) = f(x^2)+f(y^2)+2f(xy)$$

Problem 6 :

Let $ABCD$ be a trapezoid, not a parallelogram, with $AD \parallel BC$.
Let the diagonals BD and AC intersect at a point O. The circumscribed circles to triangles AOB and DOC meet again at the second point S.
Prove that the circumscribed circles to triangles ASD and BSC are tangent.

Time : 4 hours and 30 minutes
Each problem worth 7 points